



ارزیابی مدل‌های رگرسیونی غیرخطی برای استفاده در آنالیز رشد گندم

* رحمن غدیریان^۱، افشین سلطانی^۲، ابراهیم زینلی^۲، مهدی کلاته‌عربی^۳
و اسماعیل بخشنده^۱

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد گروه زراعت دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، ^۲ عضو هیات‌علمی گروه زراعت دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، ^۳ عضو هیات‌علمی مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی استان گلستان

چکیده

آنالیز رشد روش با ارزشی در بررسی کمی رشد و نمو و تولید محصولات به شمار می‌رود. مدل‌های رگرسیونی زیادی برای توصیف الگوهای رشد سیگموییدی وجود دارد. با توجه به این‌که پارامترهای مدل‌های رگرسیونی غیرخطی از لحاظ فیزیولوژیکی پرمعنا می‌باشند، نسبت به مدل‌های خطی ارجح‌تر هستند. هدف از این مطالعه جمع‌آوری و ارزیابی مدل‌های رگرسیونی غیرخطی پرکاربرد در مطالعات آنالیز رشد (لجستیک، گومپرتز، ریچاردز، ویبول، نمایی خطی بریده، نمایی خطی متقارن و دو نوع مدل بتا برای توصیف روند تغییرات وزن خشک و مدل‌های لجستیک و بتا برای توصیف روند تغییرات سطح برگ) بود. آزمایشی با طرح پایه بلوک‌های کامل تصادفی در چهار تکرار و در دو شرایط کشت دیم و آبی و ۷ رقم گندم (آریا، دریا، کوهدشت، شیرودی، تجن، تارو و زاگرس) به صورت آزمایش مرکب در سال زراعی ۸۸-۱۳۸۷ اجرا شد. در این مطالعه کلیه مدل‌های رگرسیونی غیرخطی به داده‌های سطح برگ و وزن خشک دو رقم گندم آریا و زاگرس برازش داده شدند. نتایج نشان داد که تمام مدل‌های مورد استفاده به خوبی روند تغییرات وزن خشک و سطح برگ را در برابر زمان (روز پس از کاشت) توصیف کردند و از این مدل‌ها می‌توان در مطالعات آنالیز رشد استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: رشد و نمو، سطح برگ، وزن خشک، گندم.

*مسئول مکاتبه: ghadiryan14@yahoo.com

مقدمه

آنالیز رشد روش با ارزشی در بررسی کمی رشد و نمو و تولید گیاهان زراعی به شمار می‌رود و نیز یک روش پر قدرت برای تخمین بلندمدت تولید خالص فتوسنتزی است (چیارلو و همکاران، ۱۹۸۹؛ کوچکی و سرمدنیا، ۱۹۹۹). این روش بر مبنای اندازه‌گیری متوالی وزن خشک و سطح برگ گیاه منفرد و یا پوشش‌های گیاهی استوار است (کوچکی و سرمدنیا، ۱۹۹۹). مفهوم اساسی و کاربردهای فیزیولوژیک آنالیز رشد در اوایل دهه ۱۹۰۰ توسط بلاکمن (۱۹۱۹) و بریگز و همکاران (۱۹۲۰) ارایه شد. پس از آن آنالیز رشد بویژه به دنبال کارهای کلاسیک واتسون (۱۹۴۷ و ۱۹۵۲) برای کمی‌سازی فرایندهای رشد گیاه در اروپا و کشورهای مشترک‌المنافع و سپس در آمریکا و دیگر نقاط دنیا استفاده شد (والاس و مانگر، ۱۹۶۵). با استفاده از شاخص‌های مهم آنالیز رشد گیاهان زراعی مانند سرعت رشد محصول^۱ (CGR) و سرعت رشد نسبی^۲ (RGR) می‌توان روند تجمع ماده خشک در یک گیاه زراعی را بررسی نمود (واتسون، ۱۹۵۲؛ محلوجی و افیونی، ۲۰۰۴).

به‌منظور کمی کردن پارامترهای آنالیز رشد دو روش وجود دارد: روش کلاسیک و روش رگرسیون. در روش کلاسیک آنالیز رشد، پارامترهای آنالیز رشد به‌صورت میانگین در طی فواصل زمانی بین دو نمونه‌گیری برآورد می‌شوند. معادلات لازم برای محاسبه میانگین پارامترها در فاصله دو نمونه‌گیری از طریق انتگرال‌گیری فرمول لحظه‌ای پارامتر و سپس تقسیم آن بر زمان بین دو نمونه‌گیری به‌دست می‌آید (کریمی و عزیزی، ۱۹۹۷؛ رادفورد، ۱۹۶۷؛ چیارلو و همکاران، ۱۹۸۹). در روش‌های کلاسیک ممکن است فرض‌های نادرستی در محاسبه پارامترهای آنالیز رشد وارد شود و امکان اشتباه وجود دارد.

در روش رگرسیونی آنالیز رشد، پارامترها با استفاده از مدل‌های رگرسیونی که بر تغییرات سطح برگ و وزن خشک یا لگاریتم آن‌ها نسبت به زمان برازش داده شده است، محاسبه می‌شوند. معادلات زیادی برای توصیف الگوهای رشد سیگموییدی پیشنهاد شده‌اند (زید، ۱۹۹۳) و معادلات جدید نیز توسعه پیدا کرده‌اند (بیرچ، ۱۹۹۹). جهت تشخیص تفاوت‌های ژنوتیپی یا تأثیر عوامل محیطی و مدیریتی روی فرایندهای رشد، مدل‌های رگرسیونی که توصیف مناسبی از رشد گیاه ارایه کنند لازم است (ین و همکاران، ۲۰۰۳). از مدل‌های رگرسیونی مختلفی (خطی و غیرخطی) می‌توان برای

1- Crop Growth Rate

2- Relative Growth Rate

توصیف تغییرات رابطه ماده خشک و سطح برگ نسبت به زمان استفاده کرد. پارامترهای مدل‌های رگرسیونی خطی (مثل معادله درجه دو) از لحاظ زیست‌شناختی معنا و مفهوم خاصی ندارند (ین و همکاران، ۲۰۰۳) و این امر یک عیب محسوب می‌شود.

در مطالعات آنالیز رشد در ایران بیشتر از معادلات چندجمله‌ای و یا چندجمله‌ای نمایی (معادلات خطی یا خطی‌شونده) استفاده شده است (سیدشریفی و همکاران، ۲۰۰۶؛ سیدشریفی و همکاران، ۲۰۰۸؛ محلوجی و افیونی، ۲۰۰۴). علت آن که از مدل‌های رگرسیونی غیرخطی در مطالعات آنالیز رشد در ایران کمتر استفاده شده است احتمالاً این موضوع است که برازش دادن این معادله‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای آماری معمولی غیرممکن است و همچنین اطلاعات عمومی درباره رگرسیون غیرخطی در مقایسه با رگرسیون خطی کمتر می‌باشد (سلطانی، ۲۰۰۶). مدل‌های رشد رگرسیونی غیرخطی که به‌طور گسترده استفاده شده‌اند، لجستیک^۱، گومپرتز^۲، ریچاردز^۳، ویبول^۴، نمایی خطی^۵، نمایی خطی بریده^۶، نمایی خطی متقارن^۷ و بتا^۸ می‌باشند (گوادریان و موتیت، ۱۹۹۰؛ زید، ۱۹۹۳؛ ورکر و جاگارد، ۱۹۹۷؛ بیرچ، ۱۹۹۹؛ بلاکشو، ۱۹۹۱؛ ین و همکاران، ۲۰۰۳؛ ایشاگ و دنت، ۱۹۹۸؛ رویو و همکاران، ۲۰۰۴؛ مولر و همکاران، ۲۰۰۶؛ تایرمانز و همکاران، ۲۰۰۷). این مدل‌ها بر تیمارهای مختلف در آزمایش برازش می‌شوند، پارامترهای آن‌ها بدست می‌آید و به کمک برآورد پارامترها می‌توان تیمارها را مقایسه کرد. این مطالعه به‌منظور جمع‌آوری و معرفی مدل‌های رگرسیونی غیرخطی (به‌همراه برنامه‌های SAS برای برازش آن‌ها) جهت استفاده در مطالعات آنالیز رشد انجام شد.

مواد و روش‌ها

این آزمایش در مزرعه تحقیقاتی دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان واقع در غرب گرگان با عرض جغرافیایی ۳۷ درجه و ۴۵ دقیقه شمالی و طول جغرافیایی ۵۴ درجه و ۳۰ دقیقه شرقی و ارتفاع ۱۰۰ متری از سطح دریا در سال زراعی ۸۸-۱۳۸۷ اجرا گردید. منطقه مورد آزمایش

- 1- Logistic
- 2- Gompertz
- 3- Richards
- 4- Weibull
- 5- Exponential
- 6- Truncated Exponential
- 7- Symmetrical Exponential
- 8- Beta

دارای خاکی با بافت لومی رسی سیلتی می باشد. آزمایش با طرح پایه بلوک های کامل تصادفی در چهار تکرار و در دو شرایط کشت دیم و آبی و ۷ رقم گندم (آریا، دریا، کوهدشت، شیرودی، تجن، تارو و زاگرس) اجرا شد. طول هر کرت آزمایشی ۵ متر و شامل ۱۰ ردیف با فاصله ۲۰ سانتی متر بود و تراکم ۳۰۰ بوته در مترمربع بود. بذرها در تاریخ ۲۹ آذرماه به صورت دستی و در عمق ۳ سانتی متر از سطح خاک کشت شدند. عملیات شخم در اوایل آذرماه ۱۳۸۷ انجام شد. بر اساس نتایج آزمایش خاک (عمق ۳۰ سانتی متری) ۱۵۰ کیلوگرم اوره به صورت تقسیط شده در سه مرحله (در هنگام کاشت، پنجه زنی و ساقه رفتن)، ۱۵۰ کیلوگرم سوپر فسفات تریپل و ۵۰ کیلوگرم سولفات پتاسیم قبل از کاشت به زمین اضافه شد. چون آزمایش در شرایط عدم محدودیت عناصر غذایی، آفات و بیماری ها و علف های هرز انجام می شد مبارزه با آفات و بیماری ها و علف های هرز در مواقع ضروری صورت گرفت. ثبت مراحل فنولوژیک طی فصل رشد بر روی ۱۰ بوته مشخص هر سه روز یکبار و براساس روش زادوکس (۱۹۷۴) انجام شد.

نمونه برداری از تمام کرت ها از مرحله پنجه زنی تا پایان مرحله رشد در فاصله زمانی هر ۷ تا ۱۰ روز (بسته به شرایط آب و هوایی) انجام شد. تمام اندازه گیری ها روی نمونه گیاهی شامل ۱۰ بوته که از یک نمونه بزرگ تر ۱۵ تا ۳۰ تایی انتخاب شده بودند، صورت گرفت. در هر مرحله نمونه برداری سطح برگ و وزن خشک بوته ها اندازه گیری شد. جهت سنجش سطح برگ از دستگاه سطح برگ سنج دلتا تی^۱ استفاده شد. همچنین برای اندازه گیری وزن خشک بوته ها، در دمای ۷۰ درجه سانتی گراد تا رسیدن به وزن ثابت درون آون قرار گرفتند سپس وزن خشک آنها اندازه گیری شد.

در این مطالعه به منظور ارزیابی مدل های مختلف رگرسیونی غیرخطی از داده های دو رقم گندم شامل آریا و زاگرس در شرایط کشت آبی استفاده شد. نتایج سایر ارقام نیز موجود است که این جا به دلیل محدودیت حجم مقاله ذکر نمی شود. به طور کلی روش رگرسیونی آنالیز رشد شامل مراحل زیر است:

۱- بررسی نمودار پراکنش داده ها (سطح برگ و یا وزن خشک نسبت به زمان). ۲- برازش یک یا چند معادله امیدبخش به داده ها و ارزیابی آن ها و انتخاب معادله برتر و ۳- توضیح و تفسیر نتایج حاصله از تجزیه رگرسیون (سلطانی، ۲۰۰۶).

1- Delta T Device

برای توصیف روند تغییرات شاخص سطح برگ در طول دوره رشد گیاه، از دو مدل زیر استفاده شد:

(۱) مدل بتا (ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$y = l_{\max} \left[\left(\frac{t_e - x}{t_e - t_m} \right) \left(\frac{x - t_b}{t_m - t_b} \right)^{\frac{t_m - t_b}{t_e - t_m}} \right]^{\delta}$$

که در این مدل x ، زمان پس از کاشت (روز)، y مقدار شاخص سطح برگ، l_{\max} حداکثر شاخص سطح برگ، t_b ، زمان شروع رشد، t_m زمان وقوع حداکثر شاخص سطح برگ، t_e زمان پایان رشد برگ که در آن شاخص سطح برگ صفر می‌باشد و δ یک ضریب ثابت در مدل می‌باشد. با برآزش این معادله زمان‌های مهم در تغییرات شاخص سطح برگ و حداکثر میزان آن بدست می‌آید.

(۲) مدل لجستیک (عرب‌عامری، ۲۰۰۸؛ راحمی کاریزکی، ۲۰۰۵):

$$y = \frac{ae^{-a(x-b)(c)}}{(1 + e^{-a(x-b)})^2}$$

که در آن a یک ضریب ثابت می‌باشد و میزان چرخش منحنی را نشان می‌دهد، b زمان پس از کاشت که در آن حداکثر شاخص سطح برگ حادث می‌شود و c نیز یک ضریب ثابت می‌باشد. پس از برآزش این مدل، سایر متغیرهای مرتبط با پویایی شاخص سطح برگ مثل حداکثر شاخص سطح برگ با حل عددی بدست می‌آیند.

به‌منظور توصیف روند تغییرات ماده خشک (w) در برابر زمان پس از کاشت (x) مدل‌های

رگرسیون غیر خطی زیر مورد بررسی قرار گرفتند:

(۳) مدل نمایی خطی بریده (گوادریان و مونتیت، ۱۹۹۰؛ ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$w = \begin{cases} \frac{c_m}{r_m} \ln[1 + e^{r_m(x-t_o)}] & \text{if } x < t_o + w_{\max} / c_m \\ w_{\max} & \text{if } x \geq t_o + w_{\max} / c_m \end{cases}$$

که در آن حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، c_m حداکثر سرعت رشد محصول در فاز خطی رشد، r_m حداکثر سرعت رشد نسبی در فاز نمایی رشد و t_0 زمان از دست رفته تا شروع فاز خطی رشد می‌باشد. بر اساس این مدل در زمان $t_0 + W_{max} / c_m$ رشد گیاه به پایان می‌رسد (طول دوره رشد) و پس از آن رشد به‌طور ناگهانی وارد فاز سوم می‌شود و این مدل یک دوره عدم رشد را در فاز سوم رشد گیاه (فاز پیری) پیش‌بینی می‌کند. در واقع این مدل پس از فاز نمایی اولیه یک دوره رشد خطی طولانی قبل از پایان دوره رشد پیش‌بینی می‌کند و سپس به‌طور ناگهانی رشد را به پایان می‌رساند.

(۴) مدل نمایی خطی متقارن (ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$w = \frac{c_m}{r_m} \ln \left[\frac{1 + e^{r_m(x-t_0)}}{1 + e^{r_m(x-t_0 - W_{max}/c_m)}} \right]$$

که در آن حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، c_m حداکثر سرعت رشد محصول در فاز خطی رشد، r_m حداکثر سرعت رشد نسبی در فاز نمایی رشد و t_0 زمان از دست رفته تا شروع فاز خطی رشد می‌باشد. معادله (۴) یک الگوی سیگموییدی متقارن در حوالی زمان $t_0 + W_{max}/(2c_m)$ ارایه می‌کند و یک عبور ملایم از فاز دوم (خطی) به فاز سوم (پیری) رشد پیش‌بینی می‌کند (برخلاف معادله ۳). هر دو این مدل‌ها برای توصیف تجمع ماده خشک در مراحل سه‌گانه نمایی، خطی و پیری رشد گیاه مناسب هستند.

(۵) مدل لجستیک (ین و همکاران، ۲۰۰۳؛ ورهالست، ۱۸۳۸):

$$w = \frac{W_{max}}{1 + e^{-k(x-t_m)}}$$

که در آن حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، k ضریب نشان‌دهنده تندی افزایش ماده خشک و t_m زمانی است که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد (در این زمان مقدار ماده خشک به نصف مقدار حداکثر خود رسیده است). در زمان t_m ، RGR برابر است با $k/2$. معادله لجستیک در زمان t_m به‌صورت متقارن می‌باشد.

(۶) مدل ریچاردز (ریچاردز، ۱۹۵۹؛ ویلگاس و همکاران، ۲۰۰۱؛ ین و همکاران، ۲۰۰۳؛ مولر و همکاران، ۲۰۰۶):

$$w = \frac{w_{\max}}{\left[1 + v e^{-k(x-t_m)}\right]^{1/v}}$$

که در آن w_{\max} حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، k ضریب نشان‌دهنده تندی افزایش ماده خشک، t_m زمانی که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد و v هم یک ضریب ثابت در معادله می‌باشد. در زمان t_m ، RGR برابر است با $k/1+v$. مدل ریچاردز فقط یک ضریب v بیشتر از مدل لجستیک (۵) دارد و در صورتی که v برابر با یک باشد، این مدل همان معادله لجستیک می‌شود. ریچاردز (۱۹۵۹) با اضافه کردن ضریب v به مدل لجستیک این مدل را برای توصیف الگوهای رشد نامتقارن معرفی کرد.

(۷) مدل گومپرتز (گومپرتز، ۱۸۲۵؛ وینسور، ۱۹۳۲؛ ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$w = w_{\max} e^{-e^{-k(x-t_m)}}$$

در این مدل نیز w_{\max} حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، k ضریب نشان‌دهنده تندی افزایش ماده خشک، t_m زمانی که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد. طبق مدل گومپرتز، در زمان t_m مقدار RGR برابر با مقدار ضریب k می‌باشد.

(۸) مدل ویبول (ویبول، ۱۹۵۱؛ ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$w = w_{\max} (1 - e^{-ax^b})$$

در این مدل نیز w_{\max} حداکثر مقدار تجمع ماده خشک و a و b هم ضرایب ثابت در معادله می‌باشند که شکل منحنی را تعیین می‌کنند. واحد پارامتر a بستگی دارد به مقدار b و به صورت واحد x به توان b (x^{-b}) بیان می‌شود. تفاوت مدل ویبول با مدل‌های قبلی در توصیف تجمع ماده خشک در این است که این مدل در زمان شروع رشد مقدار ماده خشک را صفر در نظر می‌گیرد، در حالی که سایر مدل‌ها یک مقدار اولیه معینی را به‌عنوان وزن خشک اولیه در مدل در نظر می‌گیرند.

(۹) مدل بتا ۱ (ین و همکاران، ۲۰۰۳):

$$W = W_{\max} \left(1 + \frac{t_e - x}{t_e - t_m}\right) \left(\frac{x}{t_e}\right)^{\frac{t_e}{t_e - t_m}}$$

که در آن W_{\max} حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، t_m زمانی که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد و t_e زمان پایان دوره رشد است که در آن مقدار ماده خشک برابر با W_{\max} است.

(۱۰) مدل بتا ۲ (ین و همکاران، ۲۰۰۳؛ مولر و همکاران، ۲۰۰۶)

$$W = \begin{cases} w_b & \text{if } x < t_b \\ w_b + (W_{\max} - w_b) \left(1 + \frac{t_e - x}{t_e - t_m}\right) \left(\frac{x - t_b}{t_e - t_b}\right)^{\frac{t_m - t_b}{t_e - t_m}} & \text{if } t_b < x < t_e \\ W_{\max} & \text{if } x > t_e \end{cases}$$

with $t_b \leq t_m < t_e$

که در این مدل W_{\max} حداکثر مقدار تجمع ماده خشک، w_b مقدار ماده خشک اولیه در شروع رشد، t_b زمان شروع رشد، t_m زمانی که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد و t_e زمان پایان دوره رشد است.

در مدل بتا ۱ همانند مدل ویبول فرض می‌شود که در زمان شروع رشد مقدار ماده خشک صفر است. به همین دلیل در مواردی که فاز اولیه رشد دارای اهمیت باشد، مدل بتا ۱ ممکن است در اول رشد مقدار ماده خشک را کمتر از حد برآورد کند (ین و همکاران، ۲۰۰۳). همچنین این مدل مقدار RGR را در اول رشد بینهایت نشان می‌دهد و در مواردی که این صفت در مطالعه اهمیت زیادی داشته باشد، مدل بتا ۱ (و ویبول) برآورد مناسبی از این صفت نخواهند داشت. برای رفع این مشکل ین و همکاران (۲۰۰۳) مدل بتا ۱ را با اندکی تغییر به صورت بتا ۲ گسترش دادند.

برازش مدل‌ها بر داده‌های سطح برگ و تجمع ماده خشک با استفاده از نرم‌افزار SAS و تخمین پارامترهای هر مدل با روش مطلوب‌سازی تکراری^۱ با کمک رویه PROC NLIN صورت گرفت (سلطانی، ۲۰۰۷). در روش مطلوب‌سازی تکراری با هر بار وارد کردن مقادیر اولیه پارامترها، مقادیر

1- Iterative Optimization

نهایی آن با روش کمترین توان‌های دوم تخمین زده می‌شود. تغییر مقادیر اولیه تا زمانی انجام گرفت که بهترین برآورد از پارامتر بدست آید. بهترین برآورد پارامترهای مدل براساس خطای معیار^۱ (SE) کمتر پارامترها و جذر میانگین مربعات خطا^۲ (RMSE) کمتر تجزیه رگرسیون مشخص شد. همچنین به منظور ارزیابی و تعیین نکویی برازش مدل‌های مختلف از معیارهای زیر استفاده شد:

۱- جذر میانگین مربعات خطا به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (p - o)^2}{n - 1}}$$

که در آن P و O به ترتیب مقدار پیش‌بینی شده با استفاده از مدل و مقدار مشاهده شده و n تعداد مشاهدات می‌باشد. هر چه مقدار RMSE محاسبه شده کمتر باشد دقت مدل در پیش‌بینی بیشتر است. $R^2 - 2$ (ضریب تبیین^۳): با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SSG}$$

که در آن SSE و SSG به ترتیب مجموع مربعات خطا و مجموع مربعات کل هستند. که در تجزیه رگرسیون بین بیوماس تجمعی و روز پس از کاشت و نیز شاخص سطح برگ و روز پس از کاشت بدست آمده‌اند. R^2 درصد تغییرات در تجمع بیوماس و همچنین شاخص سطح برگ را نشان می‌دهد که بوسیله روز پس از کاشت توجیه می‌شود. هر چه مقدار R^2 بیشتر باشد نشان دهنده این است که مدل درصد تغییرات در تجمع بیوماس و همچنین شاخص سطح برگ را بوسیله روز پس از کاشت بیشتر توجیه می‌کند.

۳- ضرایب رگرسیون ساده خطی (a و b) بین مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی: ضرایب a و b به ترتیب نشان دهنده مقدار انحراف خط رگرسیون از مبدا مختصات و مقدار اریب خط رگرسیون از خط ۱:۱ می‌باشند. اگر نقاط پیش‌بینی شده روی خط ۱:۱ قرار گیرند، نشان‌دهنده ایده‌آل بودن مدل است. خط ۱:۱ دارای عرض از مبدا صفر (a=۰) و شیب ۴۵ درجه (b=۱) است. در این آزمایش رسم شکل‌ها به کمک نرم‌افزار Excel انجام شد.

-
- 1- Standard Error
 - 2- Root Mean Squares Error
 - 3- Determinant Coefficient

نتایج و بحث

روند تغییرات شاخص سطح برگ دو رقم گندم (آریا و زاگرس) و توصیف آن با استفاده از دو مدل رگرسیونی غیرخطی لجستیک و بتا در شکل ۱ نشان داده شده است (برنامه‌های SAS برای برازش این مدل‌ها در بخش ضمیمه آورده شده است). مقایسه a با صفر و b با یک نشان داد که در هر دو مدل این ضرایب معنی‌دار نبودند و مقدار $RMSE$ و R^2 نیز در دو مدل در حد قابل قبول بودند و این دو مدل به خوبی توانستند روند تغییرات شاخص سطح برگ را توصیف کنند (جدول ۱). مقدار $RMSE$ کمتر و R^2 بالاتر در مدل بتا نشان‌دهنده این است که مدل بتا توصیف مناسب‌تری از روند تغییرات شاخص سطح برگ نسبت به مدل لجستیک داشت. مقادیر پارامترهای برآورد شده با استفاده از این مدل‌ها در جدول (۲) نشان داده شده است. بر اساس مدل بتا، حداکثر شاخص سطح برگ (I_{max}) در رقم آریا بیشتر از زاگرس بود و زمان وقوع حداکثر شاخص سطح برگ (t_m) نیز در رقم آریا دیرتر از رقم زاگرس اتفاق افتاد. رشد برگ‌ها در رقم زاگرس زودتر به پایان رسید (t_e) و رقم آریا دوام سطح برگ بیشتری داشت. در صورت استفاده از مدل لجستیک باید سایر متغیرهای مرتبط با پویایی شاخص سطح برگ مثل حداکثر آن با حل عددی محاسبه شوند (عرب‌عامری، ۲۰۰۸).

داده‌های تجمع ماده خشک در برابر روز پس از کاشت برای هر یک از دو رقم گندم به صورت جداگانه پلات شدند و برای توصیف روند تغییرات تجمع ماده خشک هشت مدل رگرسیونی غیرخطی به این داده‌ها برازش داده شد (شکل ۲). برنامه‌های SAS برای برازش این مدل‌ها در بخش ضمیمه آورده شده است. پراکنش اندک نقاط در اطراف خط رگرسیون در شکل نشان‌دهنده برازش مناسب این مدل‌ها بر داده‌ها می‌باشد. آماره‌های رگرسیونی جهت تعیین نکویی برازش هر یک از مدل‌ها در جدول ۳ نشان داده شده است. مقایسه a با صفر و b با یک نشان داد که مقدار انحراف خط رگرسیون از مبدا مختصات و مقدار اریب خط رگرسیون از خط ۱:۱ در هیچ یک از مدل‌ها معنی‌دار نیست. ضریب a معنی‌دار بدین معنی است که عرض از مبدأ خط رگرسیون با عرض از مبدأ خط ۱:۱ مطابقت ندارد و ضریب b معنی‌دار بدین معنی است که شیب خط رگرسیون با شیب خط ۱:۱ مطابقت ندارد و دارای اریب می‌باشد. در انتخاب مدل‌ها، بهتر است مدل‌هایی که ضرایب a و b آن‌ها معنی‌دار باشند کنار گذاشته شوند. مقدار $RMSE$ در تمام مدل‌ها پایین بود و میزان R^2 مدل‌ها نیز بالاتر از ۹۸ درصد بود و نشان‌دهنده برازش مناسب تمام مدل‌ها بر داده‌های تجمع ماده خشک دو رقم گندم بود. از بین تمام مدل‌ها، مدل نمایی بریده به لحاظ آماری (R^2 و $RMSE$) اندکی مناسب‌تر از

رحمن غدیریان و همکاران

سایر مدل‌ها بود. همچنین پارامترهایی که از این مدل بدست می‌آیند، پارامترهای بسیار مهمی می‌باشند که در مطالعات آنالیز رشد معمولاً جهت مقایسه و پیدا کردن تفاوت بین تیمارهای آزمایشی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقادیر پارامترهای برآورد شده با استفاده از هر یک از مدل‌ها در جدول ۴ نشان داده شده است.

با توجه به پارامترهای مدل نمایی بریده، حداکثر تجمع ماده خشک (W_{max}) در رقم آریا بیشتر از رقم زاگرس بود. حداکثر سرعت رشد در فاز خطی رشد (C_m) نیز در رقم آریا بیشتر از زاگرس بود. بررسی پارامتر Γ_m (سرعت رشد نسبی در فاز نمایی رشد) نیز نشان داد که رقم زاگرس در فاز نمایی رشد دارای سرعت رشد نسبی بیشتری نسبت به رقم آریا بود. فاز خطی رشد نیز در رقم زاگرس زودتر از آریا (حدود ۵ روز) شروع گردید (t_0). اما به‌طور کلی بین دو رقم گندم از لحاظ این صفات تفاوت معنی‌داری وجود نداشت ($P > 0.05$).

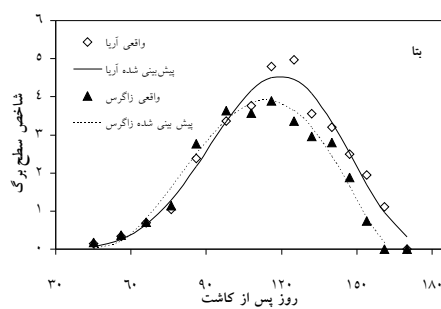
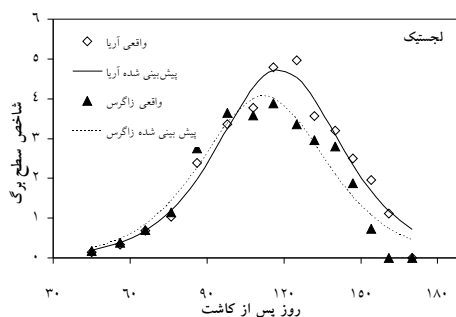
ین و همکاران (۲۰۰۳) مدل بتا ۱ را با ۶ معادله دیگر (لجستیک، ریچاردز، گومپرتز، ویبول و دو معادله نمایی بریده و متقارن) مقایسه کردند و هر کدام از مدل‌ها را به داده‌های تجمع وزن خشک دانه (در شش ژنوتیپ گندم)، تجمع وزن خشک تک بوته (ذرت) و همچنین تجمع وزن خشک کل در واحد سطح (نخودفرنگی و گندم) برازش دادند و بیان کردند که تمام معادلات بدرستی تغییرات سیگموئیدی پرشدن دانه، رشد گیاه و تولید ماده خشک گیاه را توصیف کردند. در مطالعه ایشان مدل نمایی بریده و مدل بتا ۱ نسبت به سایر مدل‌ها برازش مناسب‌تری داشت.

جدول ۱- جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، ضریب تبیین (R^2) و ضرایب رگرسیون (a, b) برای مدل‌های رگرسیونی غیرخطی لجستیک و بتا در توصیف روند تغییرات شاخص سطح برگ و روز پس از کاشت در دو رقم گندم.

مدل	رقم	R^2	RMSE	b ± SE	a ± SE
لجستیک	زاگرس	۰/۹۳۶	۰/۳۵۰	۰/۸۷۷ ± ۰/۰۶۳۴	۰/۲۸۷ ± ۰/۱۴۹۱
	آریا	۰/۹۶۳	۰/۳۱۵	۰/۹۴۰ ± ۰/۰۵۰۸	۰/۱۶۰ ± ۰/۱۴۰۴
بتا	زاگرس	۰/۹۶۹	۰/۲۶۲	۰/۹۹۱ ± ۰/۰۵۰۷	۰/۰۲۰ ± ۰/۱۲۳
	آریا	۰/۹۷۱	۰/۲۸۶	۰/۹۷۱ ± ۰/۰۴۶۱	۰/۰۶۶ ± ۰/۱۲۷۵

جدول ۲- مقادیر پارامترهای مدل‌های لجستیک و بتا در توصیف روند تغییرات شاخص سطح برگ دو رقم گندم.

مدل	پارامتر	واحد	آریا	زاگرس
لجستیک	a ± SE	-	۰/۰۶۲ ± ۰/۰۰۳۴	۰/۰۶۱ ± ۰/۰۰۴۶
	b ± SE	روز	۱۱۸/۴ ± ۱/۲۱	۱۱۲/۲ ± ۱/۷۲
	c ± SE		۳۰۵ ± ۱۳/۲۹	۲۶۴ ± ۱۶/۰۰
بتا	$L_{max} \pm SE$	-	۴/۵ ± ۰/۱۹	۳/۹ ± ۰/۱۷
	$t_b \pm SE$	روز	۳/۴ ± ۹۳/۲۷	۴۵/۰۰ ± ۱۵/۹۵
	$t_m \pm SE$	روز	۱۱۹/۷ ± ۱/۹۰	۱۱۴/۰ ± ۲/۰۸
	$t_e \pm SE$	روز	۱۹۳/۸ ± ۳۷/۳۶	۱۶۴/۶ ± ۶/۸۲
	$\delta \pm SE$	-	۴/۶ ± ۵/۷۴	۱/۷ ± ۰/۷۱



شکل ۱- روند تغییرات شاخص سطح برگ دو رقم گندم (آریا و زاگرس) و توصیف آن با دو مدل لجستیک و بتا.

رحمن غدیریان و همکاران

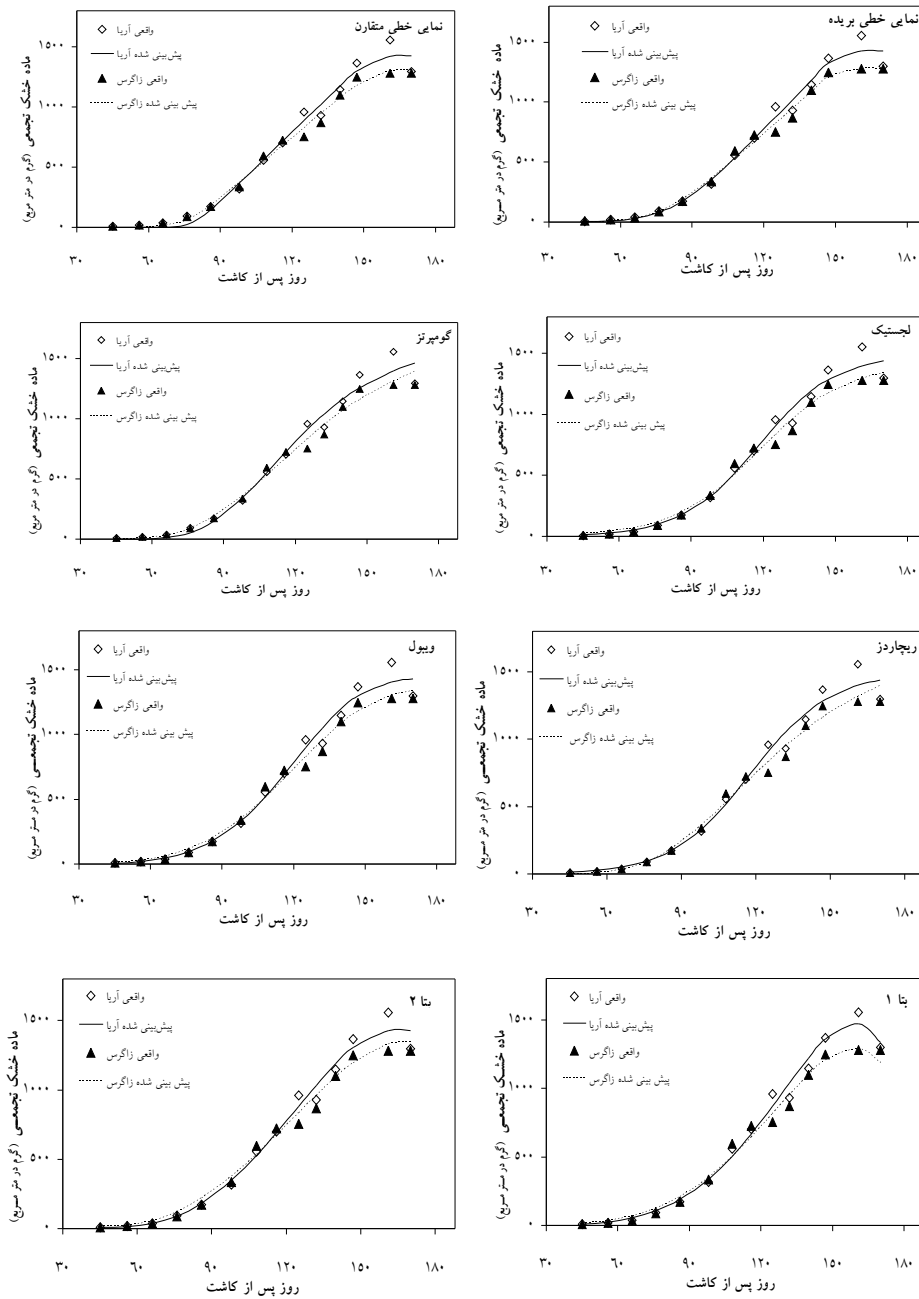
جدول ۳- جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، ضریب تبیین (R^2) و ضرایب رگرسیون (a, b) برای مدل‌های مختلف رگرسیونی جهت توصیف روند تجمع ماده خشک و روز پس از کاشت در دو رقم گندم.

مدل	رقم	R^2	RMSE	b ± SE	a ± SE
نمایی بریده	زاگرس	۰/۹۹۲	۴۳/۹۵	۰/۹۹۶± ۰/۰۲۶	۰/۹۸± ۱۹/۱۶
	آریا	۰/۹۸۷	۶۶/۴	۰/۹۸۹± ۰/۰۳۳	۶۰/۴± ۲۸/۰۰
نمایی متقارن	زاگرس	۰/۹۹۱	۴۷/۶	۱/۰۰۲± ۰/۰۲۹	-۵/۸۳± ۲۰/۷۷
	آریا	۰/۹۸۵	۷۲/۴	۱/۰۰۳± ۰/۰۳۶	-۱۰/۱۶± ۳۰/۵۴
لجستیک	زاگرس	۰/۹۸۷	۵۵/۶	۰/۹۷۱± ۰/۰۳۴	۲۲/۴۰± ۲۴/۲۶
	آریا	۰/۹۸۲	۷۷/۲	۰/۹۷۷± ۰/۰۳۸	۱۷/۴۲± ۳۲/۵۹
ریچاردز	زاگرس	۰/۹۸۹	۵۱/۸	۰/۹۹۳± ۰/۰۳۱	۲/۷۲± ۲۲/۵۹
	آریا	۰/۹۸۲	۷۷/۳	۰/۹۷۸± ۰/۰۳۸	۱۶/۳۱± ۳۲/۶۲
گوپرتز	زاگرس	۰/۹۸۹	۵۱/۸	۰/۹۹۱± ۰/۰۳۱	۳/۸۲± ۲۲/۵۹
	آریا	۰/۹۸۰	۸۲/۹	۰/۹۹۳± ۰/۰۴۱	-۱/۶۹± ۳۴/۹۸
ویبول	زاگرس	۰/۹۸۸	۵۳/۲	۰/۹۷۸± ۰/۰۳۲	۱۶/۳± ۲۳/۱۸
	آریا	۰/۹۸۳	۷۴/۵	۰/۹۸۲± ۰/۰۳۷	۱۲/۰± ۳۱/۴۱
بتا ۱	زاگرس	۰/۹۸۸	۵۲/۴	۰/۹۷۵± ۰/۰۳۲	۱۸/۶۹± ۲۲/۸۴
	آریا	۰/۹۹۰	۵۶/۵	۰/۹۸۷± ۰/۰۲۸	۱۰/۲۸± ۲۳/۸۲
بتا ۲	زاگرس	۰/۹۸۹	۵۰/۶۵	۰/۹۸۷± ۰/۰۳۱	۲۲/۶۹± ۲۲/۰۸
	آریا	۰/۹۸۶	۶۸/۹	۰/۹۸۵± ۰/۰۳۴	۹/۴۲± ۲۹/۰۹

مدل‌های رگرسیونی غیرخطی علاوه بر توصیف تغییرات وزن خشک و سطح برگ گیاه، در سایر جنبه‌ها هم می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. مثلاً به منظور توصیف جوانه زدن یا سبز شدن تجمعی در مقابل زمان و نیز احتمالاً برای توصیف روابط سیگموئیدی شکل در سایر گرایش‌ها و رشته‌ها کاربرد خواهند داشت. برای مثال، بلاک‌شو (۱۹۹۱) برای بررسی واکنش سبز شدن بذور گندم و دیگر گیاهان نسبت به دمای خاک و پتانسیل آب از مدل لجستیک استفاده کرد. همچنین تایمرمانز و همکاران (۲۰۰۷) به منظور مدل‌سازی و مطالعه سرعت و درصد جوانه‌زنی گیاه (*Solanum sisymbriifolium* L.) تحت تأثیر تیمارهای مختلف دما و پتانسیل آب از مدل لجستیک و گوپرتز استفاده کردند.

جدول ۴- پارامترهای برآورد شده پس از برازش مدل‌های مختلف رگرسیونی به روند تغییرات ماده خشک در برابر روز پس از کاشت در دو رقم گندم.

مدل	پارامتر	واحد	آریا	زاگرس
نمایی بریده	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1426 \pm 51/6$	$1280 \pm 48/6$
	$c_m \pm SE$	گرم در مترمربع در روز	$20/59 \pm 2/58$	$17/35 \pm 1/35$
	$r_m \pm SE$	گرم بر گرم در روز	$0/103 \pm 0/054$	$0/123 \pm 0/058$
	$t_0 \pm SE$	روز	$82/6 \pm 6/30$	$77/7 \pm 4/00$
نمایی متقارن	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1427 \pm 62/2$	$1319 \pm 83/2$
	$c_m \pm SE$	گرم در مترمربع در روز	$19/21 \pm 2/02$	$16/84 \pm 1/68$
	$r_m \pm SE$	گرم بر گرم در روز	$0/311 \pm 0/6514$	$0/191 \pm 0/1828$
	$t_0 \pm SE$	روز	$78/8 \pm 4/45$	$75/9 \pm 4/34$
لجستیک	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1492 \pm 84/3$	$1413 \pm 101/4$
	$K \pm SE$	-	$0/63 \pm 0/087$	$0/06 \pm 0/069$
	$t_m \pm SE$	روز	$118/1 \pm 2/90$	$118/5 \pm 3/58$
	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1498 \pm 135/8$	$1717 \pm 451/2$
ریچاردز	$K \pm SE$	-	$0/61 \pm 0/301$	$0/27 \pm 0/177$
	$t_m \pm SE$	روز	$117/7 \pm 6/12$	$112/6 \pm 6/53$
	$v \pm SE$	-	$0/935 \pm 1/0128$	$-0/053 \pm 0/301$
	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1645 \pm 157/2$	$1687 \pm 196/0$
گومپرتز	$k \pm SE$	-	$0/36 \pm 0/070$	$0/29 \pm 0/048$
	$t_m \pm SE$	روز	$110/4 \pm 3/65$	$113/0 \pm 4/90$
	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1439 \pm 68/7$	$1364 \pm 98/5$
	$a \pm SE$	گرم در مترمربع (روز)	$723 \times 10^{-12} \pm 1/80 \times 10^{-11}$	$1/29 \times 10^{-10} \pm 2/92 \times 10^{-10}$
بتا ۱	$b \pm SE$	-	$5/34 \pm 0/611$	$4/70 \pm 0/492$
	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1475 \pm 36/39$	$1289 \pm 46/79$
	$t_m \pm SE$	روز	$129/4 \pm 1/39$	$126/4 \pm 2/05$
	$t_e \pm SE$	روز	$159/2 \pm 1/42$	$159/1 \pm 4/10$
بتا ۲	$w_{max} \pm SE$	گرم در مترمربع	$1426 \pm 59/0$	$1347 \pm 127/8$
	$w_{base} \pm SE$	گرم در مترمربع	$9/48 \pm 63/75$	$18/01 \pm 54/85$
	$t_b \pm SE$	روز	$44/40 \pm 48/76$	$45/00 \pm 37/96$
	$t_m \pm SE$	روز	$123/7 \pm 7/97$	$121/6 \pm 7/80$
	$t_e \pm SE$	روز	$161/9 \pm 8/89$	$168/2 \pm 16/55$



شکل ۲- روند تغییرات تجمع ماده خشک دو رقم گندم (آریا و زاگرس) و توصیف آن با مدل‌های رگرسیونی مختلف.

منابع

- Arabameri, R. 2008. Predicting kernel number and biomass retranslocation in wheat (*Triticum aestivum* L.). Thesis of M.Sc, Gorgan Uni. Agric Sci. Natur Resour. 89 p. (In Persian).
- Birch, C.P.D. 1999. A new generalized logistic sigmoid growth equation compared with the Richards growth equation. *Ann. Bot.* 83: 713-723.
- Blackman, V.H. 1919. The compound interest law and plant growth. *Ann. Bot.* 33: 353-360.
- Blackshaw, R.E. 1991. Soil temperature and moisture effects on downy brome vs. winter canola, wheat and rye emergence. *Crop Sci.* 31: 1034-1040.
- Briggs, G.E., Kidd, F. and West, C. 1920. Quantitative analysis of plant growth. *Ann. Appl. Biol.* 7:103-123.
- Chiariello, N.R., Mooney, H.A. and Williams, K. 1989. Growth; carbon allocation and cost of plant tissues. In R.W. Pearcy et al (ed) *Plant Physiological Ecology: Field Methods and Instrumentation*. Hall, London, pp. 327-365.
- Gompertz, B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions Royal Soc.* 182: 513-585.
- Guadian, J. and Monteith, J.L. 1990. A mathematical function for crop growth based on light interception and leaf area expansion. *Ann. Bot.* 66: 695-701.
- Ishag, K.H.M. and Dennett, M.D. 1998. Use of the exponential growth model to analyse the growth of faba bean, peas and lentils at three densities: fitting the model. *Ann. Bot.* 82: 497-505.
- Karimi, M. and Azizi, M. 1997. *Growth Analysis of Crop Plants*. Mashhad Jihad-e- Daneshgahi Press, 112 pp. (Translated in Persian).
- Kocheiki, A. and Sarmadnia, Gh. 1999. *Physiology of Crop Plants*. Mashhad Jihad-e- Daneshgahi Press, 400 pp. (Translated in Persian).
- Mahlooji, M. and Afiuni, D. 2004. Study of growth analysis and grain yield in barley (*Hordeum vulgare* L.) genotypes. *Pajouhesh Sazandegi J.* 63: 37-42.
- Muller, J., Behrens, T. and Diepenbrock, W. 2006. Use of a new sigmoid growth equation to estimate organ area indices from canopy area index in winter oilseed rape (*Brassica napus* L.). *Field Crops Res.* 96: 279-295.
- Radford, P.J. 1967. Growth analysis formulae-their use and abuse. *Crop Sci.* 7: 171-175.
- Rahemi-karizaki, A. 2005. Predicting interception and use of solar radiation in chickpea. Thesis of M.Sc. Thesis of M.Sc. Gorgan Uni. Agric Sci. Natur Resour. 89 p. (In Persian).
- Richards, F.J. 1959. A flexible growth functions for empirical use. *J. Exp. Bot.* 10: 290-300.

- Royo, C., Aparicio, N., Blanco, R. and Villegas, D. 2004. Leaf and green area development of durum wheat genotypes grown under Mediterranean conditions. *Eur. J. Agron.* 20: 419-430.
- Seidsharifi, R., Javanshir, A., Shakiba, M., Ghasemi-galaazani, K., Mohamadi, K. and Seidsharifi, R. 2006. Effects of sorghum densities and different interference periods on corn growth analysis. *Biaban J.* 11:143-157.
- Seidsharifi, R., Farzaneh, S. and Saednia, V. 2008. The effects of ZnSO₄ on growth analysis, yield and the amount of protein and zinc in different wheat cultivars. *Biol J. Iran.* 21: 676-691.
- Soltani, A. 2006. Re-consideration of Application of Statistical Methods in Agricultural Researches. Mashhad Jihad-e-Daneshgahi Press, 74 pp. (In Persian)
- Soltani, A. 2007. Application of SAS in Statistical Analysis. Mashhad Jihad-e-Daneshgahi Press, 182 pp. (In Persian)
- Timmermans, B. G.H., Vos, J., van Nieuwburg, J., Stomph, T.J. and van der Putten, P.E.L. 2007. Germination rates of *Solanum sisymbriifolium*: temperature response models, effects of temperature fluctuations and soil water potential. *Seed Sci Res.* 17: 221–231.
- Verhulst, P.F. 1838. A note on population growth. *Correspondence Mathematiqueset Physiques.* 10: 113-121.
- Villegas, D., Aparicio, N., Blanco, R. and Royo, C. 2001. Biomass accumulation and main stem elongation of durum wheat growth under Mediterranean condition. *Ann. Bot.* 88: 617-627.
- Wallace, D.M. and Munger, H.M. 1965. Studies of the physiological basis of yield differences. I. Growth analysis of six dry bean varieties. *Crop. Sci.* 5: 343-348.
- Watson, D.J. 1947. Comparative physiological studies in the growth of field crops. I. Variation in net assimilation rate and leaf area between species and varieties, and within and between years. *Ann. Bot.* 11: 41-76.
- Watson, D.J. 1952. The physiological basis of variation in yield. *Adv. Agron.* 4: 101-145.
- Weibull, W. 1951. A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl Mechanics.* 18: 293-297.
- Winsor, C.P. 1932. The Gompertz curve as a growth curve. *Proceeding of the National Academy of Sciences of the United States of America.* 1-8.
- Yin, X., Gouadrian, J., Latinga, E.A., Vos, J. and Spiertz, J.H. 2003. A flexible sigmoid growth function of determinate growth. *Ann. Bot.* 91: 361-371.
- Zadok, J.C., Chang, T.T., and Konzak, C.F. 1974. A decimal code for the growth of cereals. *Weed Res.* 14: 415-421.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. *Forest Sci.* 39: 594-616.

ضمیمه

دستورات SAS برای برازش مدل‌های مختلف رگرسیونی غیرخطی بر داده‌های سطح برگ و ماده خشک گندم (رقم آریا). مقادیر LAI (شاخص سطح برگ) و TDM (ماده خشک تجمعی) میانگین حاصل از ۴ تکرار می‌باشند:

```

***Fitting Logistic model to LAI vs DAP;
data a;
input dap lai@@;
y=lai;
x=dap;
cards;
45 0.15 56 0.33 66 0.68 76 1.04 86 2.38
98 3.35 108 3.76 116 4.79 125 4.96 132 3.56
140 3.20 147 2.50 154 1.95 161 1.11 170 0.00
;
proc nlin;
parms a=0.06 b=110 c=300;
model y=((a*exp((-a)*(x-b))*c))/((1+exp((-a)*(x-b)))**2);
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

***Fitting Beta model to LAI vs DAP;
data a;
input dap lai@@;
y=lai;
x=dap;
cards;
45 0.15 56 0.33 66 0.68 76 1.04 86 2.38
98 3.35 108 3.76 116 4.79 125 4.96 132 3.56
140 3.20 147 2.50 154 1.95 161 1.11 170 0.00
;
proc nlin;
parms lmax=4 tb=20 tm=120 te=170 delta=2.5;
p1=(te-x)/(te-tm);
p2=((x-tb)/(tm-tb))*((tm-tb)/(te-tm));
model y=lmax*(p1*p2)**delta;
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

```

```

***Fitting truncated-expoliner model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1 56 19.0 66 38.9 76 91.5 86 173.3
98 317.0 108 556.6 116 701.8 125 959.2 132 928.5
140 1146.2 147 1366.3 161 1555.5 170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 cm=20 rm=0.09 t0=80;
p1=t0+wmax/cm;
p2=1+exp(rm*(x-t0));
if x<p1 then do;
model y=(cm/rm)*log(p2);
end;
if x>=p1 then do;
model y=wmax;
end;
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

***Fitting symmetrical-expoliner model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1 56 19.0 66 38.9 76 91.5 86 173.3
98 317.0 108 556.6 116 701.8 125 959.2 132 928.5
140 1146.2 147 1366.3 161 1555.5 170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1500 cm=25 rm=0.12 t0=90;
p1=1+exp(rm*(x-t0));
p2=1+exp(rm*(x-t0-wmax/cm));
model y=(cm/rm)*(log(p1/p2));
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

```

```

***Fitting Logistic model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1      56 19.0  66 38.9      76 91.5  86 173.3
98 317.0    108 556.6 116 701.8    125 959.2 132 928.5
140 1146.2  147 1366.3 161 1555.5    170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 k=0.05 tm=130;
model y=wmax/(1+exp(-k*(x-tm)));
run;quit;

***Fitting Richards model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1      56 19.0  66 38.9      76 91.5  86 173.3
98 317.0    108 556.6 116 701.8    125 959.2 132 928.5
140 1146.2  147 1366.3 161 1555.5    170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 v=0.5 k=0.05 tm=130;
p1=1+v*exp(-k*(x-tm));
model y=wmax/(p1**(1/v));
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;
***Fitting gompertz model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1      56 19.0  66 38.9      76 91.5  86 173.3
98 317.0    108 556.6 116 701.8    125 959.2 132 928.5
140 1146.2  147 1366.3 161 1555.5    170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 k= 0.05 tm=120;
p1=-exp(-k*(x-tm));
model y=wmax*exp(p1);
output out=b p=yhat;

```

```

run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

***Fitting weibull model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1 56 19.0 66 38.9 76 91.5 86 173.3
98 317.0 108 556.6 116 701.8 125 959.2 132 928.5
140 1146.2 147 1366.3 161 1555.5 170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 a=2.5E-11 b=5;
p1=-a*x**b;
model y=wmax*(1-exp(p1));
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;

***Fitting beta 1 model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1 56 19.0 66 38.9 76 91.5 86 173.3
98 317.0 108 556.6 116 701.8 125 959.2 132 928.5
140 1146.2 147 1366.3 161 1555.5 170 1297.1
;
proc nlin;
parms wmax=1400 te=170 tm=130;
p1=1+(te-x)/(te-tm);
p2=(x/te)**(te/(te-tm));
model y=wmax*p1*p2;
bound 0<tm<te;
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;

```

```
run;quit;

***Fitting beta 2 model to TDM vs DAP;
data a;
input dap tdm@@;
x=dap;
y=tdm;
cards;
45 7.1 56 19.0 66 38.9 76 91.5 86 173.3
98 317.0 108 556.6 116 701.8 125 959.2 132 928.5
140 1146.2 147 1366.3 161 1555.5 170 1297.1
;
proc nlin;
parms wbase=15 wmax=1400 tb=25 te=170 tm=125;
p1=1+(te-x)/(te-tm);
p2=((x-tb)/(te-tb))**((te-tb)/(te-tm));
if x<tb then do;
model y=wbase;
end;
if x<=te then do;
model y=wbase+(wmax-wbase)*p1*p2;
end;
if x>te then do;
model y=wmax;
end;
bound wbase>0;
output out=b p=yhat;
run; quit;
proc gplot uniform;
symbol1 c=green v=# i=none;
symbol2 c=blue v=none i=join;
plot y*x=1 yhat*x=2/overlay;
run;quit;
```



Evaluating non-linear regression models for use in growth analysis of wheat

* **R. Ghadiryan¹, A. Soltani², E. Zeinali² M. Kalateh Arabi³
and E. Bakhshandeh¹**

¹M.Sc. Student, Dept. of Agronomy, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Iran, ²Academic member Dept. of Agronomy, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Iran, ³Academic member of Agricultural and Natural Research Center of Golestan, Iran

Abstract

Growth analysis is a valuable method in the quantitative analysis of crop growth, development and crop production. There are many regression models to describe the sigmoid growth patterns. By considering that, the parameters of non-linear regression models have physiological meanings, they are preferable relation to linear regression models. The aim of this study was to collect and evaluate the high visibility non-linear regression models in the growth analysis studies (Logistic, Gompertz, Richards, Weibull, Truncated Exponential, Symmetrical Exponential and two kinds of Beta model to describe the biomass accumulation, and Logistic and Beta models to describe the leaf area index variation patterns). An experiment was conducted using 7 wheat cultivars (Arya, Darya, Kuhdasht, Shiroudi, Tajan, Taro and Zagros) in 2 conditions, irrigated and rainfed, in randomized complete block design with 4 replications in 2008-2009. All models were fitted to the dry matter and LAI data of two cultivars (Arya and Zagros). Results showed that all of the used models at this study described well the variation pattern of dry matter accumulation and LAI by time (day after planting). And these models can be used in the growth analysis studies.

Keywords: Growth; Development; Leaf area; Biomass; wheat.

*- Corresponding Author; Email: ghadiryan14@yahoo.com

